

**Examenul de bacalaureat 2011**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 10**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați  $\log_7(3 + \sqrt{2}) + \log_7(3 - \sqrt{2})$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + ax + b$ . Determinați numerele reale  $a$  și  $b$  pentru care graficul funcției  $f$  conține punctele  $A(2,3)$  și  $B(-1,0)$ .
- 5p** 3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația  $3^x + 3^{x+1} = 36$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea  $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ , acesta să fie divizibil cu 4.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $M(2, -1)$  și  $N(-1, 3)$ . Determinați coordonatele vectorului  $\overline{OM} + \overline{ON}$ .
- 5p** 6. Determinați lungimea laturii unui triunghi echilateral, care are aria egală cu  $4\sqrt{3}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră punctele  $A_n(2^n, 3^n)$ , unde  $n \in \mathbb{N}$ .
- 5p** a) Scrieți ecuația dreptei  $A_0A_1$ .
- 5p** b) Demonstrați că punctele  $A_1, A_2, A_3$  nu sunt coliniare.
- 5p** c) Determinați numărul natural  $n$  pentru care aria triunghiului  $A_nA_{n+1}A_{n+2}$  este egală cu 216.
2. Pe mulțimea  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = \frac{1}{2}(xy - x - y + 3)$ .
- 5p** a) Verificați dacă elementul neutru al legii „ $\circ$ ” este  $e = 3$ .
- 5p** b) Determinați simetricul elementului 2 în raport cu legea „ $\circ$ ”.
- 5p** c) Arătați că mulțimea  $H = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  este parte stabilă a lui  $\mathbb{R}$  în raport cu legea de compoziție „ $\circ$ ”.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x + e^x$ .
- 5p** a) Arătați că  $xf'(x) = 1 + xe^x$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul  $A(1, e)$ .
- 5p** c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ .
- 5p** a) Calculați aria suprafeței cuprinse între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .
- 5p** b) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este concavă pe intervalul  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)$ .
- 5p** c) Demonstrați că, oricare ar fi  $a \geq 2$ , are loc inegalitatea  $\int_0^a f(x) dx \geq 3a^2 + 2$ .