

**Examenul de bacalaureat 2012**

**Proba E.c)**

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Ordonăți crescător numerele  $\sqrt{12}$ ,  $2\sqrt{2}$  și 3.
- 5p** 2. Rezolvați sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$ .
- 5p** 3. Se consideră funcțiile  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_2(x+1)$  și  $g : \mathbb{R} \rightarrow (-1, +\infty)$ ,  $g(x) = 2^x - 1$ .  
Calculați  $f(g(1))$ .
- 5p** 4. Numărul submulțimilor cu două elemente ale unei mulțimi este egal cu 10. Determinați numărul elementelor mulțimii.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $O(0,0)$ ,  $A(5,1)$ ,  $B(3,5)$ . Calculați lungimea medianei din vârful  $O$  în triunghiul  $OAB$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $MNP$  cu  $MP = 6$ ,  $\sin N = \frac{3}{5}$  și  $\sin P = \frac{4}{5}$ . Calculați lungimea laturii ( $MN$ ).

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul de ecuații  $\begin{cases} mx - 2y + z = 1 \\ 2x - my - 3z = 3 \\ x - y + 2z = 4 \end{cases}$ , unde  $m \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Arătați că suma elementelor de pe diagonala principală a matricei sistemului este egală cu 2.
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care matricea sistemului are determinantul diferit de zero.
- 5p** c) Pentru  $m = 1$ , arătați că  $y_1^2 = x_1 \cdot z_1$ , unde  $(x_1, y_1, z_1)$  este soluția sistemului.
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + mX^2 + mX + 1$ , unde  $m \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Pentru  $m = 0$ , calculați restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X - 1$ .
- 5p** b) Arătați că polinomul  $f$  este divizibil cu  $X + 1$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p** c) Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care polinomul  $f$  are trei rădăcini reale.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{10x}{(x^2 + 2)^2}$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{3}$ , pentru orice  $x \in [0, 1]$ .
2. Pentru fiecare număr natural nenul  $n$  se consideră numărul  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$ .
- 5p** a) Calculați  $I_1$ .

- 5p** b) Arătați că  $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{n+1}$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $\frac{1}{4026} \leq I_{2012} \leq \frac{1}{2013}$ .