

Examenul de bacalaureat 2009

Proba D_MT2

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE

Subiecte 2009

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

30 de puncte

1.	$\log_3 4 = \log_3 2^2 = 2\log_3 2$ $2\log_3 4 - 4\log_3 2 = 4\log_3 2 - 4\log_3 2 = 0.$	3p 2p
2.	Ecuția se scrie $\frac{2^x}{2} + 2^x = 12 \Rightarrow 2^x = 8$ $\Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$	3p 2p
3.	$A_n^1 = n$ $C_n^1 = n$ $2n = 10 \Rightarrow n = 5$	1p 1p 3p
4.	Funcția f este descrescătoare pe $[0,2]$ $f(0) = 3, f(2) = -5$ $\text{Im } f = [-5,3]$	1p 2p 2p
5.	Fie D mijlocul segmentului BC , atunci $\overline{OB} + \overline{OC} = 2\overline{OD} = \overline{AO}$. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} - \overline{OA} = \vec{0}$.	3p 2p
6.	$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ$ $= \frac{\sqrt{2}}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

30 de puncte

1.a)	$A + F = \begin{pmatrix} 2 & a & b+1 \\ 0 & 2 & c \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ Se obțin ecuațiile $\begin{cases} a = 3 \\ b+1 = 4 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 5 \end{cases}$	2p 3p
b)	$\det F = 1 \neq 0$, deci F este inversabilă $F^{-1} = F^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p 3p

c)	F este inversabilă $\Rightarrow X = F^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -6 & -6 & -6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	$x * y = xy + xy - x - y + 1$ $= xy + (1-x)(1-y)$	2p 3p
b)	$x * (y * z) = 4xyz - 2xy - 2xz - 2yz + x + y + z$ $(x * y) * z = 4xyz - 2xy - 2xz - 2yz + x + y + z$ Concluzie	2p 2p 1p
c)	$x * (1-x) = 0 \Leftrightarrow 2x(1-x) = 0$ $\Leftrightarrow x \in \{0, 1\}$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

30 de puncte

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)' = \frac{2x(x^2 + 1) - 2x(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2} =$ $= \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}, \quad \forall x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$f'(x) = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}, \quad \forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ Din tabelul de variație al funcției obținem că f este crescătoare pentru $x \in [0; \infty)$ și descrescătoare pe $(-\infty; 0]$	2p 3p
c)	$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} + \frac{\frac{1}{x^2} - 1}{\frac{1}{x^2} + 1} = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^*$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) + g(x^2) + g(x^3) + \dots + g(x^{2009}) + x^{2010}}{x^{2009}} =$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\overbrace{0 + 0 + \dots + 0}^{\text{de 2009 ori}} + x^{2010}}{x^{2009}} = \lim_{x \rightarrow 0} x = 0$	3p 1p 1p
2.a)	$I_0 = \int_e^{e^2} x dx =$ $= \frac{e^4 - e^2}{2}$	2p 3p
b)	$x \in [e, e^2] \Rightarrow 1 \leq \ln x \leq 2 \Rightarrow x \cdot \ln^n x \leq x \cdot \ln^{n+1} x.$ Integrând obținem $I_n \leq I_{n+1}$	3p 2p

<p>e)</p>	$I_n = \int_e^{e^2} x \cdot \ln^n x \, dx = \int_e^{e^2} \left(\frac{x^2}{2}\right)' \cdot \ln^n x \, dx = \frac{x^2}{2} \cdot \ln^n x \Big _e^{e^2} - \int_e^{e^2} \frac{x^2}{2} \cdot (\ln^n x)' \, dx =$ $= \frac{e^4 \cdot 2^n}{2} - \frac{e^2}{2} - \frac{n}{2} \int_e^{e^2} x \cdot \ln^{n-1} x \, dx =$ $= \frac{e^2(e^2 \cdot 2^n - 1)}{2} - \frac{n}{2} I_{n-1}, \text{ oricare ar fi } n \in \mathbb{N}^*$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
------------------	--	--