

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $C_3^2 + 3!$.

5p 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_5(3x+4) = 2$.

5p 3. Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - x - 2 = 0$.

5p 4. Se consideră funcția $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f .

5p 5. Fie punctele $A(2, -1)$ și $B(-1, 3)$. Să se determine numerele reale a și b astfel încât $\overrightarrow{AB} = a\vec{i} + b\vec{j}$.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$, $AC = \sqrt{7}$ și $BC = \sqrt{3}$. Să se calculeze măsura unghiului B .

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 2x^2 + 2x \\ 0 & 1 & 4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se calculeze $f(0) + f(1)$.

5p b) Să se arate că $f(1) \cdot f(-1) = I_3$ unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p c) Să se demonstreze că $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$.

5p a) Să se rezolve ecuația $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$, pentru $x \in \mathbb{Z}_6$.

5p b) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$ în \mathbb{Z}_6 .

5p c) Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{Z}_6$.

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

5p a) Să se calculeze $f'(1)$.

5p b) Să se determine intervalele de concavitate și intervalele de convexitate ale funcției f .

5p c) Să se arate că $f(x) \geq 0$, pentru orice $x \geq -\frac{1}{2}$.

2. Se consideră funcțiile $f, g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$ și $g(x) = e^{1-x}$.

5p a) Să se determine mulțimea primitivelor funcției f .

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = x \cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p c) Să se arate că $\int_0^{\frac{1}{2}} (g(x) - f(x)) dx \geq 0$.